

ISSN (ONLINE) 2598-9936



INDONESIAN JOURNAL OF INNOVATION STUDIES
PUBLISHED BY
UNIVERSITAS MUHAMMADIYAH SIDOARJO

Table Of Contents

Journal Cover	1
Author[s] Statement	3
Editorial Team	4
Article information	5
Check this article update (crossmark)	5
Check this article impact	5
Cite this article.....	5
Title page	6
Article Title	6
Author information	6
Abstract	6
Article content	7

Originality Statement

The author[s] declare that this article is their own work and to the best of their knowledge it contains no materials previously published or written by another person, or substantial proportions of material which have been accepted for the published of any other published materials, except where due acknowledgement is made in the article. Any contribution made to the research by others, with whom author[s] have work, is explicitly acknowledged in the article.

Conflict of Interest Statement

The author[s] declare that this article was conducted in the absence of any commercial or financial relationships that could be construed as a potential conflict of interest.

Copyright Statement

Copyright © Author(s). This article is published under the Creative Commons Attribution (CC BY 4.0) licence. Anyone may reproduce, distribute, translate and create derivative works of this article (for both commercial and non-commercial purposes), subject to full attribution to the original publication and authors. The full terms of this licence may be seen at <http://creativecommons.org/licences/by/4.0/legalcode>

Indonesian Journal of Innovation Studies

Vol. 27 No. 2 (2026): April
DOI: 10.21070/ijins.v27i2.1958

EDITORIAL TEAM

Editor in Chief

Dr. Hindarto, Universitas Muhammadiyah Sidoarjo, Indonesia

Managing Editor

Mochammad Tanzil Multazam, Universitas Muhammadiyah Sidoarjo, Indonesia

Editors

Fika Megawati, Universitas Muhammadiyah Sidoarjo, Indonesia

Mahardika Darmawan Kusuma Wardana, Universitas Muhammadiyah Sidoarjo, Indonesia

Wiwit Wahyu Wijayanti, Universitas Muhammadiyah Sidoarjo, Indonesia

Farkhod Abdurakhmonov, Silk Road International Tourism University, Uzbekistan

Bobur Sobirov, Samarkand Institute of Economics and Service, Uzbekistan

Evi Rinata, Universitas Muhammadiyah Sidoarjo, Indonesia

M Faisal Amir, Universitas Muhammadiyah Sidoarjo, Indonesia

Dr. Hana Catur Wahyuni, Universitas Muhammadiyah Sidoarjo, Indonesia

Complete list of editorial team ([link](#))

Complete list of indexing services for this journal ([link](#))

How to submit to this journal ([link](#))

Article information

Check this article update (crossmark)



Check this article impact (*)



Save this article to Mendeley



(*) Time for indexing process is various, depends on indexing database platform

Lagrange Multiplier Inventory Optimization for Constrained Head Truck and Crane Tire Warehousing: Optimalisasi Persediaan Ban Head Truck dan Crane pada Gudang dengan Keterbatasan Kapasitas Menggunakan Metode Lagrange Multiplier

Rangga Dhika Syahputra, 22032010108@student.upnjatim.ac.id (*)

Program Studi Teknik Industri, Universitas Pembangunan Nasional "Veteran" Jawa Timur, Indonesia

Enny Aryanny, enny.ti@upnjatim.ac.id

Program Studi Teknik Industri, Universitas Pembangunan Nasional "Veteran" Jawa Timur, Indonesia

(*) Corresponding author

Abstract

General Background: Inventory management in multi-item systems with limited warehouse capacity requires mathematical optimization to control ordering and holding costs while maintaining operational continuity. **Specific Background:** PT XYZ, a supplier of port heavy equipment spare parts, experienced overstock of head truck and crane tires due to fluctuating demand and a warehouse capacity limited to 25 m³, resulting in total inventory costs of Rp134,142,000 and storage requirements exceeding capacity at 29.5 m³. **Knowledge Gap:** Prior studies predominantly addressed manufacturing or retail settings with relatively stable demand, while applications in port heavy equipment spare parts characterized by fluctuating demand and actual capacity constraints remain limited. **Aims:** This study aims to determine optimal order quantities for three tire types using the Lagrange Multiplier method to minimize total inventory cost under warehouse capacity constraints, integrating time series forecasting for the January–December 2026 period. **Results:** The Lagrange Multiplier model produced optimal order quantities of 60, 33, and 8 units, requiring 24.6 m³ and reducing costs to Rp127,643,500 compared with the company method. Forecast-based optimization recommended 58, 32, and 9 units with ordering intervals of 16, 24, and 18 days, occupying 24.75 m³ and generating total inventory costs of Rp125,985,500. **Novelty:** This study integrates multi-item Lagrange Multiplier optimization with Single Exponential Smoothing forecasting and Moving Range Chart verification in a port spare parts warehousing context. **Implications:** The findings provide a quantitative decision framework for capacity-constrained inventory planning, supporting cost minimization and structured warehouse utilization in heavy equipment spare parts management.

Highlights:

- Mathematical optimization generated lower total stock expenditure compared with the existing ordering approach.
- Forecast-integrated planning maintained storage usage within the 25 m³ limit.
- Defined replenishment intervals of 16, 24, and 18 days supported structured procurement scheduling.

Keywords: Inventory, Lagrange Multiplier, Tire

Published date: 2026-02-23

Pendahuluan

Persediaan merupakan salah satu aset perusahaan yang mencakup berbagai komoditas industri, baik yang ditujukan untuk dipasarkan dalam periode bisnis normal maupun barang yang masih berada dalam tahap proses produksi dan menunggu untuk digunakan dalam kegiatan produksi berikutnya [1]. Tujuan utama persediaan adalah menjamin kelancaran produksi, namun jumlahnya harus dikendalikan. Persediaan yang berlebihan akan meningkatkan biaya penyimpanan, sedangkan persediaan yang kurang dapat menyebabkan kekurangan stok [2]. Persediaan berperan sebagai penyangga antara bagian-bagian yang saling bergantung dalam proses produksi [3].

PT XYZ merupakan pemasok suku cadang alat berat pelabuhan yang menghadapi permasalahan overstock pada beberapa jenis ban alat berat, yaitu ban 10.00-20 16PR, ban 11.00-20 16PR, dan ban 14.00-24 28PR. Penumpukan persediaan tersebut menyebabkan kapasitas gudang menjadi tidak optimal, sementara tingkat permintaan dari setiap site pelabuhan bersifat fluktuatif sehingga kebutuhan ban sulit diprediksi secara akurat. Kondisi ini berdampak pada meningkatnya biaya persediaan yang harus ditanggung perusahaan akibat kelebihan stok. Berdasarkan data pembelian dan penjualan periode Januari hingga Desember 2025, terdapat sisa persediaan masing-masing sebesar 17 unit untuk ban 10.00-20 16PR, 25 unit untuk ban 11.00-20 16PR, dan 4 unit untuk ban 14.00-24 28PR. Secara keseluruhan, total ban alat berat yang masih tersimpan di gudang mencapai 46 unit.

Sebagai respon terhadap permasalahan yang ada, dilakukan penelitian terkait optimalisasi persediaan menggunakan metode Lagrange Multiplier. Metode Lagrange Multiplier merupakan suatu sistem persediaan yang melibatkan banyak jenis barang ($n > 1$) dimana barang – barang tersebut akan disimpan disebuah gudang yang luas ruangnya terbatas [4]. Metode Lagrange Multiplier digunakan dalam penelitian ini karena memiliki keunggulan dalam mengoptimalkan jumlah persediaan dengan mempertimbangkan keterbatasan kapasitas gudang yang dimiliki perusahaan [5]. Beberapa penelitian telah membuktikan efektivitas metode Lagrange Multiplier, salah satunya penelitian di pabrik sarung yang menunjukkan penghematan sebesar 84,61% dengan kapasitas gudang optimal 84 m³ dan total biaya Rp30.640.592 [6]. Sementara itu, penelitian di sebuah industri galangan kapal menghasilkan ruang optimal 507 m² dengan total biaya sebesar Rp387.180.637 [7]. Kedua penelitian tersebut membuktikan bahwa metode *Lagrange Multiplier* mampu menekan biaya persediaan secara signifikan sambil mempertimbangkan keterbatasan kapasitas gudang.

Meskipun demikian, sebagian besar penelitian terdahulu berfokus pada industri manufaktur atau retail dengan karakteristik permintaan relatif stabil, sedangkan penerapan metode *Lagrange Multiplier* pada industri penyedia suku cadang alat berat pelabuhan dengan pola permintaan fluktuatif dan keterbatasan kapasitas gudang masih terbatas. Selain itu, belum banyak penelitian yang secara spesifik mengintegrasikan permasalahan *overstock multi-item* dengan kondisi riil kapasitas gudang pada perusahaan penyedia suku cadang alat berat. Oleh karena itu, diperlukan penelitian yang mengkaji optimalisasi persediaan ban alat berat dengan mempertimbangkan keterbatasan ruang penyimpanan secara aktual.

Berdasarkan permasalahan yang dihadapi perusahaan serta didukung oleh hasil penelitian terdahulu, dilakukan penelitian mengenai optimalisasi persediaan ban alat berat menggunakan metode *Lagrange Multiplier* di PT XYZ. Metode ini digunakan untuk menentukan jumlah pemesanan yang optimal bagi setiap jenis ban dengan tujuan meminimalkan total biaya persediaan tanpa melampaui kapasitas gudang. Penerapan metode *Lagrange Multiplier* diharapkan mampu menjaga ketersediaan ban alat berat secara efisien, menekan biaya persediaan, serta mendukung kelancaran operasional dan pengambilan keputusan strategis perusahaan di masa mendatang.

Metode

Penelitian ini menggunakan model penelitian kuantitatif dengan tujuan mengoptimalkan persediaan sesuai dengan kapasitas gudang yang tersedia melalui analisis biaya dan pemodelan matematis. Penelitian dilaksanakan di PT XYZ yang berlokasi di Surabaya, Jawa Timur, pada bulan Agustus 2025 hingga seluruh data yang dibutuhkan dalam penelitian berhasil dikumpulkan.

Pengumpulan data dalam penelitian ini dilakukan melalui data primer dan data sekunder. Data primer diperoleh melalui wawancara terstruktur dengan pihak yang bertanggung jawab atas pengelolaan persediaan dan gudang untuk memahami prosedur pemesanan, kebijakan penyimpanan, serta rincian biaya persediaan yang diterapkan oleh perusahaan. Selain itu, dilakukan observasi langsung di area gudang untuk mengamati penggunaan ruang penyimpanan, penanganan stok, serta sistem penataan ban alat berat [8]. Data sekunder merupakan data yang telah dikumpulkan oleh pihak lain untuk tujuan yang berbeda [9]. Data sekunder diperoleh dari dokumen perusahaan berupa laporan persediaan bulanan, data pembelian dan penjualan, serta catatan pengelolaan gudang. Selain itu, data sekunder juga diperoleh dari buku referensi, jurnal ilmiah, dan penelitian terdahulu yang berkaitan dengan pengendalian persediaan, Economic Order Quantity (EOQ), dan optimasi persediaan dengan keterbatasan kapasitas penyimpanan.

Penelitian ini menggunakan beberapa variabel bebas sebagai dasar dalam perhitungan persediaan optimal dan efisiensi kapasitas ruang penyimpanan. Variabel yang digunakan meliputi data pembelian dan penjualan ban alat berat, data biaya persediaan meliputi biaya pesan dan biaya simpan, data harga masing-masing ban alat berat, data kapasitas penyimpanan, dan data order quantity.

Tahap analisis diawali dengan perhitungan total ruang penyimpanan yang saat ini diterapkan oleh perusahaan. Perhitungan ini digunakan untuk mengevaluasi apakah kapasitas ruang penyimpanan yang tersedia mampu menampung setiap jenis ban alat berat atau telah melebihi kapasitas yang tersedia. Selanjutnya, dilakukan perhitungan total biaya persediaan

menggunakan metode yang selama ini diterapkan oleh perusahaan. Setelah itu, dilakukan analisis persediaan menggunakan metode Economic Order Quantity (EOQ). Hasil perhitungan menggunakan metode EOQ digunakan untuk mengidentifikasi potensi pengurangan biaya persediaan dan efisiensi kapasitas penyimpanan.

Untuk mengoptimalkan keputusan persediaan dengan mempertimbangkan keterbatasan kapasitas gudang, digunakan metode Lagrange Multiplier. Pendekatan matematis ini memungkinkan penentuan jumlah pemesanan optimal untuk setiap jenis ban alat berat dengan tetap memperhatikan batasan ruang penyimpanan, sehingga total biaya persediaan dapat diminimalkan.

Selanjutnya, dilakukan peramalan penjualan untuk periode Januari hingga Desember 2026. Peramalan dilakukan menggunakan metode time series dengan menyesuaikan pola data yang teridentifikasi untuk memproyeksikan permintaan di masa mendatang [10]. Hasil peramalan diuji tingkat akurasinya menggunakan Mean Absolute Deviation (MAD) untuk mengukur besarnya penyimpangan absolut antara nilai ramalan dan nilai aktual [11]. Metode peramalan dengan nilai MAD terkecil dipilih dan selanjutnya diverifikasi menggunakan Moving Range Chart guna memastikan kestabilan dan keakuratan hasil peramalan [12].

Terakhir, hasil peramalan penjualan periode Januari hingga Desember 2026 diintegrasikan ke dalam model *Lagrange Multiplier* untuk memastikan bahwa perencanaan persediaan yang disusun sesuai dengan keterbatasan kapasitas gudang serta mampu meminimalkan total biaya persediaan.

Hasil dan Pembahasan

A. Data Pembelian dan Penjualan Ban Alat Berat

Data pembelian dan penjualan ban alat berat ban 10.00-20 16PR, ban 11.00-20 16PR, dan ban 14.00-24 28PR selama bulan Januari hingga Desember 2025 dijelaskan pada Tabel 1, Tabel 2, dan Tabel 3.

Tabel 1. Data Pembelian dan Penjualan Ban 10.00-20 16PR

Bulan	Ban 10.00-20 16PR (Unit)			
	Persediaan Awal	Pembelian	Penjualan	Sisa
Januari 2025	21	80	67	34
Februari 2025	34	80	71	43
Maret 2025	43	80	67	56
Aprill 2025	56	80	86	50
Mei 2025	50	40	68	22
Juni 2025	22	80	98	4
Juli 2025	4	120	110	14
Agustus 2025	14	80	69	25
September 2025	25	40	62	3
Oktober 2025	3	80	69	14
November 2025	14	120	106	28
Desember 2025	28	80	91	17
Total		960	964	17

Tabel 2. Data Pembelian dan Penjualan Ban 11.00-20 16PR

Bulan	Ban 11.00-20 16PR (Unit)			
	Persediaan Awal	Pembelian	Penjualan	Sisa
Januari 2025	15	40	27	28
Februari 2025	28	40	23	45
Maret 2025	45	40	30	55
Aprill 2025	55	0	23	32
Mei 2025	32	40	22	50
Juni 2025	50	0	34	16
Juli 2025	16	40	26	30
Agustus 2025	30	40	31	39
September 2025	39	40	47	32
Oktober 2025	32	0	26	6
November 2025	6	40	35	11
Desember 2025	11	40	26	25
Total		360	350	25

Tabel 3. Data Pembelian dan Penjualan Ban 14.00-24 28PR

Bulan	Ban 14.00-24 28 PR (Unit)			
	Persediaan Awal	Pembelian	Penjualan	Sisa
Januari 2025	11	18	10	19
Februari 2025	19	18	7	30
Maret 2025	30	0	9	21
April 2025	21	0	10	11
Mei 2025	11	18	7	22
Juni 2025	22	0	8	14
Juli 2025	14	18	13	19
Agustus 2025	19	18	11	26
September 2025	26	0	11	15
Oktober 2025	15	0	9	6
November 2025	6	18	10	14
Desember 2025	14	0	10	4
Total		108	115	4

B. Data Biaya Persediaan

Rincian biaya persediaan yang terdiri atas biaya pesan dan biaya simpan dapat dilihat pada Tabel 4 dan Tabel 5.

Tabel 4. Data Biaya Pesan Ban Alat Berat

Biaya Pesan	Jumlah
a. Biaya Transportasi	Rp 2.200.000
b. Biaya Administrasi	Rp 15.000
c. Biaya Telepon dan Internet	Rp 10.000
Total Biaya Pesan	Rp 2.225.000

Biaya pesan adalah biaya yang dikeluarkan perusahaan setiap kali melakukan aktivitas pemesanan barang.

Tabel 5. Data Biaya Simpan Ban Alat Berat

Biaya Simpan	Jumlah
Biaya Operasi Gudang	5%
Biaya Listrik	2%
Biaya Tenaga Kerja Karena Penanganan Tambahan	3%
Biaya Asuransi	6%
Biaya Kerusakan	2%
Total Biaya Simpan	18%

Biaya simpan adalah biaya yang muncul sebagai konsekuensi dari aktivitas penyimpanan barang di gudang selama periode tertentu.

C. Data Harga Masing-masing Ban Alat Berat

Data harga masing-masing ban alat berat di PT XYZ disajikan pada Tabel 6.

Tabel 6. Data Harga Ban Alat Berat

No	Jenis Ban Alat Berat	Harga Beli Per Unit (Rp)
1	Ban 10.00-20 16PR	Rp 2.800.000
2	Ban 11.00-20 16PR	Rp 3.450.000
3	Ban 14.00-24 28PR	Rp 15.350.000

D. Data Kapasitas Penyimpanan Gudang

Gudang PT XYZ mempunyai ruang penyimpanan dengan kapasitas 25 m³ dan dapat menampung total 92 ban alat berat. Media penyimpanan yang digunakan adalah pallet dengan ukuran 1 x 1 meter untuk menyimpan ban jenis 10.00-20 16PR dan ban 11.00-20 16PR, selain itu terdapat palet ukuran 1,5 x 1,5 meter untuk menyimpan ban jenis 14.00-24 28PR. Adapun data kapasitas gudang dijadikan pada Tabel 7.

Tabel 7. Kapasitas Penyimpanan Gudang Ban Alat Berat

No.	Jenis Ban	Media Penyimpanan Ban	Palet Tersedia	Kapasitas Ban per Palet (unit)	Dimensi Ban per Unit (m ³)	Dimensi Ruang Penyimpanan (M ³)
1	Ban 10.00-20 16PR	Pallet 2m ³	4	10	0,2	4 x 10 x 0,2 = 8
2	Ban 11.00-20 16PR	Pallet 2m ³	4	10	0,2	4 x 10 x 0,2 = 8
3	Ban 14.00-24 28PR	Pallet 4,5m ³	2	6	0,75	2 x 6 x 0,75 = 9
Volume Maksimal Kapasitas Ruang Penyimpanan						25 m³

E. Data Order Quantity

Data *order quantity* atau ukuran pemesanan ban alat berat disajikan pada Tabel 8.

Tabel 8. Order Quantity Ban Alat Berat

No	Jenis Ban Alat Berat	Order Quantity (unit)
1	Ban 10.00-20 16PR	40
2	Ban 11.00-20 16PR	40
3	Ban 14.00-24 28PR	18

F. Perhitungan Ruang Penyimpanan Metode Perusahaan

Berdasarkan data kapasitas gudang dan *order quantity*, total ruang penyimpanan adalah sebagai berikut:

$$\sum_{i=1}^n W_i Q_i \leq W \quad (1)$$

$$\left(2 \times \frac{40}{10}\right) + \left(2 \times \frac{40}{10}\right) + \left(4,5 \times \frac{18}{6}\right) \leq 25 \text{ m}^3$$

$$29,5 \text{ m}^3 \geq 25 \text{ m}^3$$

Berdasarkan perhitungan total ruang penyimpanan dengan metode perusahaan, diperoleh hasil sebesar 29,5 m³. Hasil ini memperlihatkan kondisi ruang penyimpanan yang tidak optimal karena melebihi kapasitas ruang penyimpanan yang tersedia di PT XYZ sebesar 25 m³.

G. Perhitungan Total Biaya Persediaan Metode Perusahaan

Setelah melakukan perhitungan total ruang penyimpanan dengan metode perusahaan langkah selanjutnya adalah menghitung total biaya persediaan yang dihasilkan dengan metode perusahaan.

$$\begin{aligned} \text{TC} &= \text{Biaya Pemesanan} + \text{Biaya Penyimpanan} \quad (2) \\ &= \sum_{i=1}^n \left(\frac{D}{Q} \times \text{biaya pesan}\right) + \sum_{i=1}^n \left(\frac{Q}{2} \times \% \text{biaya simpan} \times \text{Harga Beli}\right) \\ &= \left(\left(\frac{960}{40} \times \text{Rp } 2.225.000\right) + \left(\frac{40}{2} \times 18\% \times \text{Rp } 2.800.000\right)\right) + \\ &\quad \left(\left(\frac{360}{40} \times \text{Rp } 2.225.000\right) + \left(\frac{40}{2} \times 18\% \times \text{Rp } 3.450.000\right)\right) + \\ &\quad \left(\left(\frac{108}{18} \times \text{Rp } 2.225.000\right) + \left(\frac{18}{2} \times 18\% \times \text{Rp } 15.350.000\right)\right) \\ &= \text{Rp } 134.142.000 \end{aligned}$$

Hasil perhitungan total biaya persediaan dengan metode yang digunakan oleh perusahaan diperoleh hasil sebesar Rp 134.142.000.

H. Perhitungan Total Ruang Penyimpanan EOQ

Tahap awal dalam perhitungan pengendalian persediaan menggunakan metode *Lagrange Multiplier* adalah menentukan ukuran pemesanan tanpa mempertimbangkan kendala menggunakan metode EOQ. EOQ membantu perusahaan mengetahui kuantitas pemesanan yang ekonomis dengan mempertimbangkan permintaan (*demand*), biaya pemesanan (*ordering cost*), dan biaya penyimpanan (*holding cost*) [13].

$$EOQ = Q^* = \sqrt{\frac{2 \times D \times S}{\text{persentase biaya simpan} \times Ci}} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} 1. \quad &\text{Ban 10.00-20 16PR} \\ Q^* &= \sqrt{\frac{2 \times 960 \times \text{Rp } 2.225.000}{18\% \times 2.800.000}} = 92 \text{ unit} \end{aligned}$$

2. Ban 10.00-20 16PR

$$Q^* = \sqrt{\frac{2 \times 360 \times \text{Rp}2.225.000}{18\% \times 3.450.000}} = 51 \text{ unit}$$

3. Ban 14.00-24 28PR

$$Q^* = \sqrt{\frac{2 \times 108 \times \text{Rp}2.225.000}{18\% \times 15.350.000}} = 13 \text{ unit}$$

Berdasarkan data kapasitas gudang dan perhitungan EOQ, total ruang penyimpanan adalah sebagai berikut:

$$\sum_{i=1}^n W_i Q_i^* \leq W \quad (4)$$

$$\left(2 \times \frac{92}{10}\right) + \left(2 \times \frac{51}{10}\right) + \left(4,5 \times \frac{13}{6}\right) \leq 25 \text{ m}^3$$

$$38,4 \text{ m}^3 \geq 25 \text{ m}^3$$

Berdasarkan perhitungan total ruang penyimpanan dengan metode EOQ, diperoleh hasil ruang penyimpanan sebesar 38,4 m³. Hasil ini memperlihatkan kondisi ruang penyimpanan yang masih belum optimal karena melebihi kapasitas yang tersedia sebesar 25 m³. Sehingga perlu dilakukan perhitungan pengendalian persediaan dengan metode *Lagrange Multiplier*.

I. Perhitungan dengan Kendala Kapasitas Persediaan menggunakan Metode Lagrange Multiplier

Sesudah diperoleh total kapasitas gudang melalui pendekatan *Economic Order Quantity* (EOQ), tahap berikutnya adalah menentukan jumlah persediaan yang paling optimal dengan mempertimbangkan batasan yang ada menggunakan metode *Lagrange Multiplier*.

$$\text{Ukuran Pemesanan} = \frac{\text{Kapasitas Gudang Tersedia}}{\text{Total Ruang Penyimpanan Berdasarkan EOQ}} \times Q_i^* \quad (5)$$

$$Q_{Li}^* = \frac{W}{E} \times Q_i^* \quad (6)$$

$$1. \text{ Ban 10.00-20 16PR} = \frac{25}{38,4} \times 92$$

$$= 60 \text{ unit}$$

$$2. \text{ Ban 11.00-20 16PR} = \frac{25}{38,4} \times 51$$

$$= 33 \text{ unit}$$

$$3. \text{ Ban 14.00-24 28PR} = \frac{25}{38,4} \times 13$$

$$= 8 \text{ unit}$$

Berdasarkan data kapasitas gudang dan perhitungan *Lagrange Multiplier*, total ruang penyimpanan adalah sebagai berikut:

$$\sum_{i=1}^n W_i Q_{Li}^* \leq W \quad (7)$$

$$\left(2 \times \frac{60}{10}\right) + \left(2 \times \frac{33}{10}\right) + \left(4,5 \times \frac{8}{6}\right) \leq 25 \text{ m}^3$$

$$24,6 \text{ m}^3 \leq 25 \text{ m}^3$$

Dari hasil perhitungan menggunakan metode *Lagrange Multiplier*, diperoleh total kebutuhan ruang penyimpanan baru sebesar 24,6 m³. Hasil ini dianggap optimal karena masih berada dalam batas kapasitas penyimpanan, sehingga tidak terjadi kelebihan kapasitas dalam penyimpanan ban alat berat.

J. Perhitungan Total Biaya Persediaan Metode Lagrange Multiplier

Setelah diperoleh hasil ukuran persediaan gudang yang optimal melalui penerapan metode *Lagrange Multiplier*, tahap berikutnya adalah menghitung total biaya persediaan menggunakan metode tersebut.

$$\text{TC } Q_{Li}^* = \text{Biaya Pemesanan} + \text{Biaya Penyimpanan} \quad (8)$$

$$= \sum_{i=1}^n \left(\frac{D}{Q_{Li}^*} \times \text{biaya pesan} \right) + \sum_{i=1}^n \left(\frac{Q_{Li}^*}{2} \times \% \text{biaya simpan} \times \text{Harga Beli} \right)$$

$$= \left(\left(\frac{960}{60} \times \text{Rp } 2.225.000 \right) + \left(\frac{60}{2} \times 18\% \times \text{Rp } 2.800.000 \right) \right) +$$

$$\left(\left(\frac{360}{33} \times \text{Rp } 2.225.000 \right) + \left(\frac{33}{2} \times 18\% \times \text{Rp } 3.450.000 \right) \right) +$$

$$\left(\left(\frac{108}{8} \times \text{Rp } 2.225.000 \right) + \left(\frac{8}{2} \times 18\% \times \text{Rp } 15.350.000 \right) \right)$$

$$= \text{Rp } 127.643.000$$

Dengan menggunakan metode *Lagrange Multiplier*, diperoleh hasil total biaya persediaan sebesar Rp 127.643.000

K. Perbandingan Total Biaya Persediaan

Setelah hasil dari perhitungan metode perusahaan dan metode *Lagrange Multiplier* diketahui, selanjutnya adalah membandingkan total biaya persediaan yang diperoleh. Perbandingan total biaya persediaan disajikan pada Tabel 9.

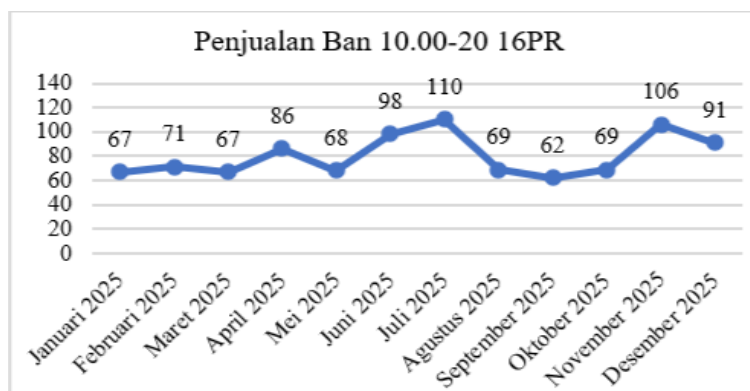
Tabel 9. Perbandingan Total Biaya Persediaan Metode Perusahaan dengan Metode Lagrange Multiplier

Metode Perusahaan	Metode <i>Lagrange Multiplier</i>	Selisih Total Biaya Persediaan
Rp 134.142.000	Rp 127.643.500	Rp 6.498.500

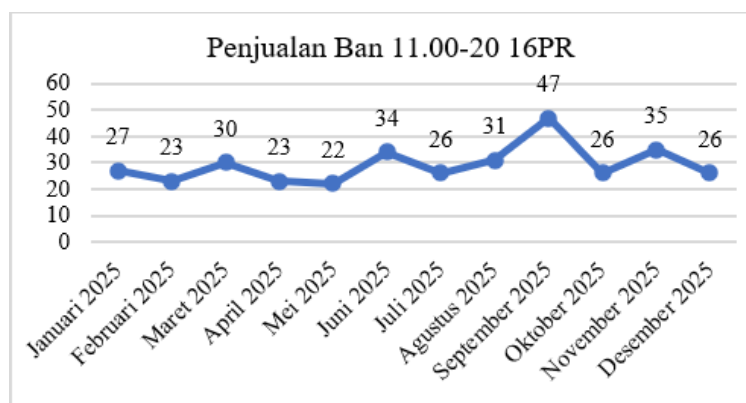
Berdasarkan tabel di atas, diketahui bahwa total biaya persediaan yang dihitung menggunakan metode perusahaan sebesar Rp 134.142.000, sedangkan penerapan metode *Lagrange Multiplier* menghasilkan total biaya persediaan yang lebih rendah, yaitu sebesar Rp 127.643.500. Hal ini menunjukkan bahwa metode *Lagrange Multiplier* mampu menekan biaya persediaan sebesar Rp 6.498.500 dibandingkan dengan metode yang selama ini diterapkan oleh perusahaan.

L. Plot Data Kebutuhan Ban Alat Berat

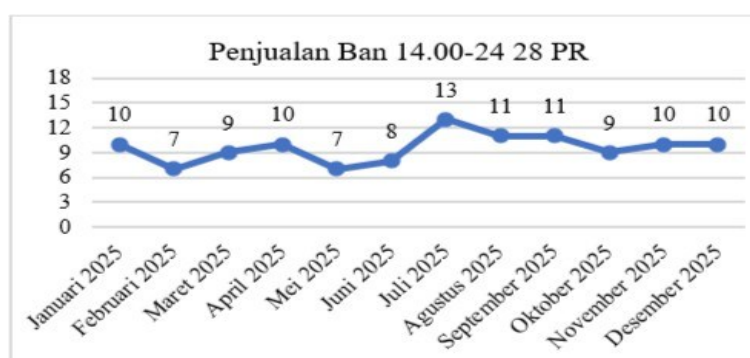
Tahap pertama dalam perencanaan persediaan adalah melakukan plot data kebutuhan untuk setiap jenis ban alat berat. Hasil plot data tersebut akan digunakan sebagai dasar dalam menentukan metode peramalan yang akan diterapkan untuk perencanaan persediaan bulan Januari hingga Desember 2026. Penentuan pola dari data pada data deret waktu yang digunakan dalam penelitian merupakan langkah terpenting dalam memilih metode peramalan yang sesuai berdasarkan pola data yang digunakan [14]. Plot data kebutuhan ban alat berat disajikan pada Gambar 1, Gambar 2, dan Gambar 3.



Gambar 1. Plot Data Penjualan Ban 10.00-20 16PR



Gambar 2. Plot Data Penjualan Ban 11.00-20 16PR



Gambar 3. Plot Data Penjualan Ban 14.00-24 28PR

Setelah melakukan plot data historis mengenai data penjualan dari masing-masing ban alat berat, dapat diketahui bahwa data penjualan ketiga jenis ban selama bulan Januari hingga Desember 2025 memiliki pola horizontal, sehingga metode peramalan yang cocok digunakan untuk pola data ini adalah peramalan *time series* dengan menggunakan metode meliputi metode *Moving Average* (MA), metode *Weighted Moving Average* (WMA), dan metode *Single Exponential Smoothing* (SES).

M. Perhitungan Kesalahan Peramalan dan Pemilihan Nilai MAD Terkecil

Perhitungan kesalahan peramalan dilakukan dengan menggunakan indikator *Mean Absolute Deviation* (MAD), yang selanjutnya digunakan sebagai dasar dalam menentukan metode peramalan dengan tingkat kesalahan paling kecil. Nilai MAD masing-masing metode disajikan pada Tabel 10.

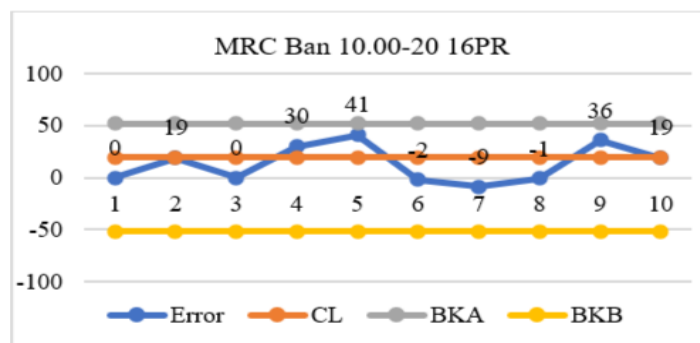
Tabel 10. Perbandingan Nilai MAD Masing-masing Metode Peramalan

Jenis Ban	Metode <i>Moving Average</i>	Metode <i>Weighted Moving Average</i>	Metode <i>Single Exponential Smoothing</i>
Ban 10.00-20 16PR	21,185	19,759	14,623
Ban 11.00-20 16PR	6,185	6,833	5,306
Ban 14.00-24 28PR	1,481	1,370	1,351

Berdasarkan tabel di atas, metode *Single Exponential Smoothing* menghasilkan nilai MAD paling kecil untuk seluruh jenis ban alat berat dibandingkan metode *Moving Average* dan *Weighted Moving Average*. Dengan demikian, metode *Single Exponential Smoothing* dipilih sebagai metode peramalan yang paling akurat dan digunakan sebagai dasar perencanaan persediaan selanjutnya.

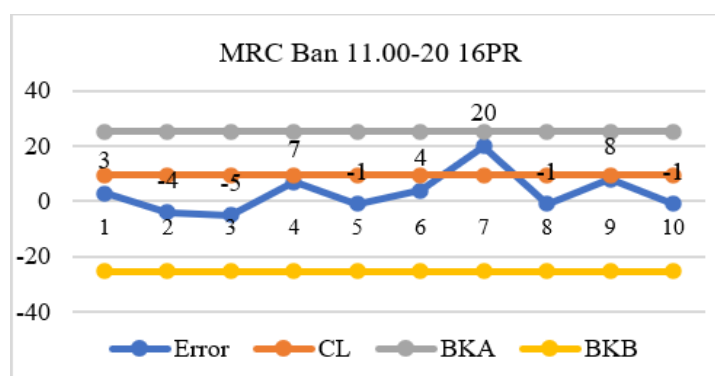
N. Verifikasi Peramalan dengan Uji Moving Range Chart (MRC)

Setelah diperoleh metode peramalan dengan nilai (MAD) terkecil, tahap selanjutnya adalah melakukan verifikasi hasil peramalan menggunakan *Moving Range Chart* (MRC). Uji ini bertujuan untuk menilai kestabilan dan konsistensi kesalahan peramalan yang dihasilkan oleh metode terpilih, sehingga data yang diramalkan dapat divalidasi [15]. Verifikasi dengan MRC disajikan pada Gambar 4, Gambar 5, dan Gambar 6.



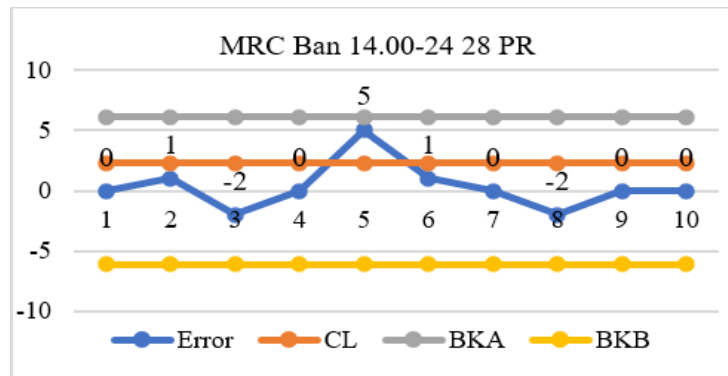
Gambar 4. Moving Range Chart Ban 10.00-20 16PR

Berdasarkan gambar di atas, seluruh nilai kesalahan peramalan berada di antara batas kendali atas (BKA) dan batas kendali bawah (BKB), sehingga dapat disimpulkan bahwa hasil peramalan berada dalam kondisi terkendali dan stabil.



Gambar 5. Moving Range Chart Ban 11.00-20 16PR

Berdasarkan gambar di atas, seluruh nilai kesalahan peramalan berada di antara batas kendali atas (BKA) dan batas kendali bawah (BKB), sehingga dapat disimpulkan bahwa hasil peramalan berada dalam kondisi terkendali dan stabil.



Gambar 6. Moving Range Chart Ban 14.00-24 28PR

Berdasarkan gambar di atas, seluruh nilai kesalahan peramalan berada di antara batas kendali atas (BKA) dan batas kendali bawah (BKB), sehingga dapat disimpulkan bahwa hasil peramalan berada dalam kondisi terkendali dan stabil.

O. Penetapan Hasil Peramalan dengan Metode Terpilih

Setelah diperoleh hasil uji *Moving Range Chart* (MRC) untuk masing-masing jenis ban alat berat, tahap selanjutnya adalah menetapkan hasil peramalan dengan metode terpilih untuk bulan Januari hingga Desember 2026. Peramalan penjualan ban alat berat dapat dilihat pada Tabel 11.

Tabel 11. Peramalan Penjualan Ban Alat Berat

No	Bulan	Jenis Ban Alat Berat (Unit)		
		Ban 10.00-20 16PR	Ban 11.00-20 16PR	Ban 14.00-24 28PR
1	Januari 2026	72	27	10
2	Februari 2026	72	27	10
3	Maret 2026	72	27	10
4	April 2026	72	27	10
5	Mei 2026	72	27	10
6	Juni 2026	72	27	10
7	Juli 2026	72	27	10
8	Agustus 2026	72	27	10
9	September 2026	72	27	10
10	Oktober 2026	72	27	10
11	November 2026	72	27	10
12	Desember 2026	72	27	10
Total		864	324	120

Berdasarkan Tabel 4.13, total peramalan penjualan ban alat berat bulan Januari 2026 hingga Desember 2026 untuk Ban 10.00-20 16PR sebanyak 864 unit, Ban 11.00-20 16PR sebanyak 324 unit, dan Ban 14.00-24 28PR sebanyak 120 unit. Setelah mengetahui peramalan penjualan masing-masing ban alat berat untuk bulan Januari hingga Desember 2026, tahap selanjutnya adalah melakukan perhitungan pengendalian persediaan dengan metode *Lagrange Multiplier*.

P. Perhitungan Total Ruang Penyimpanan EOQ Berdasarkan Peramalan

Perhitungan ini didasarkan pada data peramalan penjualan, data biaya persediaan, serta data data harga masing-masing ban alat berat. Sehingga dapat dilakukan perhitungan dengan persamaan berikut.

$$EOQ = Q^* = \sqrt{\frac{2 \times D \times S}{\text{persentase biaya simpan} \times Ci}} \quad (3)$$

1. Ban 10.00-20 16PR

$$Q^* = \sqrt{\frac{2 \times 864 \times \text{Rp}2.225.000}{18\% \times 2.800.000}} = 87 \text{ unit}$$

2. Ban 10.00-20 16PR

$$Q^* = \sqrt{\frac{2 \times 324 \times \text{Rp}2.225.000}{18\% \times 3.450.000}} = 48 \text{ unit}$$

$$3. \text{ Ban 14.00-24 28PR} \\ Q^* = \sqrt{\frac{2 \times 120 \times \text{Rp}2.225.000}{18\% \times 15.350.000}} = 14 \text{ unit}$$

Berdasarkan data kapasitas gudang dan perhitungan EOQ, total ruang penyimpanan adalah sebagai berikut:

$$\left(2 \times \frac{92}{10}\right) + \left(2 \times \frac{51}{10}\right) + \left(4,5 \times \frac{13}{6}\right) \leq 25 \text{ m}^3 \\ 38,4 \text{ m}^3 \geq 25 \text{ m}^3 \quad (4)$$

Berdasarkan perhitungan total ruang penyimpanan dengan metode EOQ, diperoleh hasil ruang penyimpanan sebesar 37,5 m³. Hasil ini memperlihatkan kondisi ruang penyimpanan yang masih belum optimal karena melebihi kapasitas yang tersedia sebesar 25 m³. Sehingga perlu dilakukan perhitungan pengendalian persediaan dengan metode *Lagrange Multiplier*.

Q. Perhitungan dengan Kendala Kapasitas Persediaan menggunakan Metode Lagrange Multiplier Berdasarkan Peramalan

Sesudah diperoleh total kapasitas gudang melalui pendekatan *Economic Order Quantity* (EOQ), tahap berikutnya adalah menentukan jumlah persediaan yang paling optimal dengan mempertimbangkan batasan yang ada menggunakan metode *Lagrange Multiplier*.

$$\text{Ukuran Pemesanan} = \frac{\text{Kapasitas Gudang Tersedia}}{\text{Total Ruang Penyimpanan Berdasarkan EOQ}} \times Q_i^* \quad (5)$$

$$Q_{Li}^* = \frac{W}{E} \times Q_i^* \quad (6)$$

1. Ban 10.00-20 16PR = $\frac{25}{37,5} \times 87$
= 58 unit
2. Ban 11.00-20 16PR = $\frac{25}{37,5} \times 48$
= 32 unit
3. Ban 14.00-24 28PR = $\frac{25}{37,5} \times 14$
= 9 unit

Berdasarkan ukuran pemesanan optimal yang telah diperoleh, dapat dihitung interval waktu untuk melakukan pesanan dengan persamaan sebagai berikut:

$$T = \left(\frac{\text{Order Quantity}}{\text{Total Kebutuhan}} \times \text{hari kerja} \right) \quad (9)$$

1. Ban 10.00-20 16PR
 $T = \frac{58}{864} \times 250 = 16 \text{ hari kerja}$
2. Ban 10.00-20 16PR
 $T = \frac{32}{324} \times 250 = 24 \text{ hari kerja}$
3. Ban 14.00-24 28PR
 $T = \frac{9}{120} \times 250 = 18 \text{ hari kerja}$

Berdasarkan hasil perhitungan, diketahui bahwa waktu interval untuk melakukan pemesanan ban Ban 10.00-20 16PR adalah 16 hari, Ban 11.00-20 16PR adalah 24 hari, dan Ban 14.00-24 28PR adalah 18 hari. Langkah selanjutnya, berdasarkan data kapasitas gudang dan perhitungan *Lagrange Multiplier*, total ruang penyimpanan adalah sebagai berikut:

$$\left(2 \times \frac{58}{10}\right) + \left(2 \times \frac{32}{10}\right) + \left(4,5 \times \frac{9}{6}\right) \leq 25 \text{ m}^3 \\ 24,75 \text{ m}^3 \leq 25 \text{ m}^3 \quad (7)$$

Dari hasil perhitungan menggunakan metode *Lagrange Multiplier*, diperoleh total kebutuhan ruang penyimpanan baru sebesar 24,75 m³. Hasil ini dianggap optimal karena masih berada dalam batas kapasitas penyimpanan, sehingga tidak terjadi kelebihan kapasitas dalam penyimpanan ban alat berat.

R. Perhitungan Total Biaya Persediaan Metode Lagrange Multiplier Berdasarkan Peramalan

$$\text{TC } Q_{Li}^* = \text{Biaya Pemesanan} + \text{Biaya Penyimpanan} \quad (8) \\ = \sum_{i=1}^n \left(\frac{D}{Q_{Li}^*} \times \text{biaya pesan} \right) + \sum_{i=1}^n \left(\frac{Q_{Li}^*}{2} \times \% \text{biaya simpan} \times \text{Harga Beli} \right)$$

$$= \left(\left(\frac{864}{58} \times \text{Rp } 2.225.000 \right) + \left(\frac{58}{2} \times 18\% \times \text{Rp } 2.800.000 \right) \right) + \left(\left(\frac{324}{32} \times \text{Rp } 2.225.000 \right) + \left(\frac{32}{2} \times 18\% \times \text{Rp } 3.450.000 \right) \right) + \left(\left(\frac{120}{9} \times \text{Rp } 2.225.000 \right) + \left(\frac{9}{2} \times 18\% \times \text{Rp } 15.350.000 \right) \right) \\ = \text{Rp } 125.985.500$$

Dengan menggunakan metode *Lagrange Multiplier*, diperoleh hasil total biaya persediaan sebesar Rp 125.985.500.

Simpulan

Hasil penelitian menunjukkan bahwa total biaya persediaan menggunakan metode perusahaan sebesar Rp 134.142.000, sedangkan dengan metode *Lagrange Multiplier* sebesar Rp 127.643.500, sehingga diperoleh penghematan sebesar Rp 6.498.500 atau 4,84%. Hasil tersebut membuktikan bahwa metode *Lagrange Multiplier* lebih optimal dalam meminimalkan total biaya persediaan dengan tetap mempertimbangkan keterbatasan kapasitas gudang. Kebijakan pemesanan periode Januari–Desember 2026 yang direkomendasikan adalah 58 unit setiap 16 hari kerja untuk ban 10.00–20 16PR, 32 unit setiap 24 hari kerja untuk ban 11.00–20 16PR, serta 9 unit setiap 18 hari kerja untuk ban 14.00–24 28PR, dengan kebutuhan ruang penyimpanan sebesar 24,75 m³ dan total biaya persediaan Rp 125.985.500. Secara praktis, hasil penelitian ini dapat dijadikan dasar dalam pengambilan keputusan pengendalian persediaan agar penggunaan kapasitas gudang lebih efisien dan biaya dapat ditekan secara berkelanjutan. Penelitian selanjutnya dapat mengembangkan model dengan mempertimbangkan peningkatan kapasitas gudang, variasi lead time, atau integrasi dengan metode optimasi lainnya untuk memperoleh hasil yang lebih komprehensif.

References

1. N. Nuraeni and B. Santoso, "Peranan Manajemen Persediaan Bahan Baku terhadap Penjadwalan Produksi PT XYZ," *Jurnal Bisnis dan Manajemen*, vol. 2, no. 2, pp. 1–15, 2024, doi: 10.61930/jurbisman.v2i2.614.
2. D. Oktarini and M. Agustiningrum, "Analisis Perbandingan Pengendalian Persediaan Sparepart dengan Metode Tradisional dan Just In Time dalam Upaya Mengurangi Pemborosan," *Integrasi: Jurnal Ilmiah Teknik Industri*, vol. 7, no. 1, p. 48, 2022, doi: 10.32502/js.v7i1.4452.
3. M. R. Al Fitroni and F. Pulansari, "Analysis of PVC-Based Product Inventory Control with Economic Production Quantity and Lagrange Multiplier Methods at PT XYZ," *Indonesian Journal of Industrial Engineering and Management*, vol. 5, no. 1, p. 148, 2024, doi: 10.22441/ijiem.v5i1.22308.
4. N. R. Aisy and Y. Ngatilah, "Pengendalian Persediaan Produk Pupuk dengan Metode Lagrange Multiplier di PT XYZ," *Tekmapro: Journal of Industrial Engineering and Management*, vol. 17, no. 1, 2022, doi: 10.33005/tekmapro.v17i1.218.
5. N. Rahmi, E. Safitri, S. Basriati, and S. Sukmawati, "Penerapan Metode Economic Order Interval (EOI) dan Metode Pengali Lagrange dalam Pengendalian Persediaan Bahan Baku Keripik Bawang," *Jurnal Lebesgue: Jurnal Ilmiah Pendidikan Matematika dan Statistika*, vol. 6, no. 1, pp. 140–151, 2025, doi: 10.46306/lb.v6i1.725.
6. A. V. M. Yasmin and D. S. Donoriyanto, "Optimization of Raw Material Inventory for Rayon Yarn Using the EOQ–Lagrange Multiplier Method and Theory of Constraints," *The Indonesian Journal of Computer Science*, vol. 14, no. 1, pp. 849–862, 2025, doi: 10.33022/ijcs.v14i1.4559.
7. A. Setiawan and D. Ernawati, "Penerapan Metode Lagrange Multiplier untuk Meminimalkan Biaya Persediaan Material Plat di PT PAL Indonesia (Persero)," *Briliant: Jurnal Riset dan Konseptual*, vol. 8, no. 3, p. 793, 2023, doi: 10.28926/briliant.v8i3.1461.
8. M. M. Undari Sulung, "Memahami Sumber Data Penelitian: Primer, Sekunder, dan Tersier," *Jurnal Edu Research, Indonesian Institute for Corporate Learning and Studies*, vol. 5, no. 3, pp. 110–116, 2024. [Online]. Available: <https://iicls.org/index.php/jer/article/view/238/195>
9. P. G. Subhaktiyasa, "Menentukan Populasi dan Sampel: Pendekatan Metodologi Penelitian Kuantitatif dan Kualitatif," *Jurnal Ilmiah Profesi Pendidik*, vol. 9, no. 4, pp. 2721–2731, 2024, doi: 10.29303/jipp.v9i4.2657.
10. Y. Utami, D. Vinsensia, and E. Panggabean, "Forecasting Exponential Smoothing untuk Menentukan Jumlah Produksi," *Jurnal Ilmu Komputer dan Sistem Informasi*, vol. 7, no. 1, pp. 154–160, 2024, doi: 10.55338/jikomsi.v7i1.2853.
11. K. U. Syaliman, L. Maysofa, and S. Sapriadi, "Implementasi Forecasting pada Penjualan Inaura Hair Care dengan Metode Single Exponential Smoothing," *Jurnal Testing dan Implementasi Sistem Informasi*, vol. 1, no. 2, pp. 82–91, 2023, doi: 10.55583/jtisi.v1i2.504.
12. R. R. Afandi and E. Ismiyah, "Analisis Peramalan Penjualan Semen Menggunakan Metode Single Moving Average dan Single Exponential Smoothing," *JUSTI: Jurnal Sistem dan Teknik Industri*, vol. 5, no. 2, p. 188, 2024. [Online]. Available: <https://journal.umg.ac.id/index.php/justi/article/view/9314>
13. A. T. Rahman and D. Widyaningrum, "Analysis of Inventory Control of Perishable Goods with Capital Constraints and Warehouse Capacity Using the Lagrange EOQ Method (Case Study: UD XYZ)," *Advances in Sustainable Science, Engineering and Technology*, vol. 5, no. 3, pp. 1–11, 2023, doi: 10.26877/asset.v5i3.17225.
14. I. D. N. A. Manuaba, I. B. G. Manuaba, and M. Sudarma, "Komparasi Metode Peramalan Grey dan Grey-Markov untuk Mengetahui Peramalan PNB di Universitas Udayana," *Majalah Ilmiah Teknologi Elektro*, vol. 21, no. 1, p. 83, 2022, doi: 10.24843/mite.2022.v21i01.p12.
15. C. Azalia and S. Royan, "Analisis Persediaan Bahan Baku Menggunakan Metode EOQ Multi-Item di PT XYZ," *JISI: Jurnal Integrasi Sistem Industri*, vol. 12, no. 2, pp. 167–176, 2025, doi: 10.24853/jisi.12.2.167-176.